

Докторске студије

Студијски програм Алгебра

Циљеви: Оспособљавање студента за развој и примену научних и стручних достигнућа из области теоријске математике, сагледавање примена и оспособљавање за креативан рад

Врста студија: Докторске академске студије

Исход процеса учења: Оспособљавање студента за даље усавршавање и самостални научни и стручни рад

Академски назив: Доктор математике

Услови за упис Завршене студије другог степена из области математике

Начин извођења 3 године у 6 семестара од по 15 седмица

Начин избора предмета из других студијских програма:

У оквиру овог студијског програма, студент може највише два изборна предмета заменити предметима са других студијских програма трећег степена који се изводе на Математичком факултету

Услови за прелазак са других студијских програма:

Студент треба да има одговарајући број положених испита који одговарају испитима из овог студијског програма, односно да оствари потребан број ЕСПБ бодова.

Листа А – обавезни предмети

	пред. веж.	мент. рад	ЕСПБ бодови	
Алгебра 3	6	0	14	30
Универзалне алгебре	6	0	14	30

Листа Б – изборни предмети, студент бира 3 предмета

Комутативна алгебра	3	0	7	15
Прстени и модули	3	0	7	15
Прстени са алгоритмима	3	0	7	15
Теорија поља	3	0	7	15
Алгебарска геометрија	3	0	7	15
Теорија праменова	3	0	7	15
Теорија група	3	0	7	15
Теорија полугрупа	3	0	7	15
Хомолошке методе у алгебри	3	0	7	15
Теорија категорија	3	0	7	15
Модел-теоретска алгебра	3	0	7	15
Мреже и Булове алгебре	3	0	7	15
Некомутативна алгебра	3	0	7	15
Лиеве групе и квантне групе	3	0	7	15
Линеарна алгебра и примене	3	0	7	15
Класичне групе и теорија репрезентација	3	0	7	15
Геометријска алгебра	3	0	7	15
Дискретна математика	3	0	7	15
Теорија графова	3	0	7	15
Теорија бројева	3	0	7	15
Предмети других студијских програма докторских студија (највише 2)				

Специјални курс – бира се у договору са ментором из области из које је дисертација

Израда дисертације (у два семестра)	3	0	7	15
	0	0	20	60

Садржај предмета

АЛГЕБРА 3

Фонд 6+0+14 30 ЕСПБ бодова

Садржај:

Алгебарске једначине. Алгебарска раширења. Теорија Галуа. Раширења прстена. Трансцендентна раширења. Алгебарски простори. Нетерини прстени и модули. Реална поља. Апсолутне вредности.

Линеарна алгебра и репрезентације. Репрезентација једног ендоморфизма. Структура билинеарних форми. Тензорски производ. Полупрости прстени и модули. Репрезентације коначних група. Хомолошка алгебра. Општа хомолошка теорија. Коначне слободне резолуције.

Литература:

S. Lang: Algebra

УНИВЕРЗАЛНЕ АЛГЕБРЕ

Фонд 6+0+14 30 ЕСПБ бодова

Садржај:

Алгебарске структуре. Слободне алгебре. Варијетети. Структуре са релацијама и модели. Aksiоматске класе модела. Примене.

Литература:

Cohn: Universal Algebra

КОМУТАТИВНА АЛГЕБРА

Фонд 3+0+7 15 ЕСПБ бодова

Садржај:

Прстени и идеали. Модули. Прстени и модули разломака. Примарна декомпозиција. Интегрална зависност и валуације. Нетерини и Артинови прстени. Прстени дискретне валуације и Дедекиндови домени. Комплетирање. Теорија димензије. Хомолошке методе.* Регуларни локални прстени.*

Литература:

Atiyah, Macdonald: Introduction into Commutative Algebra

ПРСТЕНИ И МОДУЛИ

Фонд 3+0+7

15 ЕСПБ бодова

Садржај:

Модули, подмодули и количнички модули. Хомоморфизми модула и прстена. Директни производ, директна сума, слободни модули. Инјективни и пројективни модули. Артинови и Нетерини модули. Локални прстени, теорема Крул-Ремак-Шмита. Полупрости модули и прстени. Радикал и сокл. Равни модули и регуларни прстени.

Литература:

F. Kasch: Moduln und Ringe

ПРСТЕНИ СА АЛГОРИТМИМА

Фонд 3+0+7

15 ЕСПБ бодова

Садржај:

Увод: матрични прстени, пројективни модули, Хермитски прстени, матрична дефиниција модула, модули над Ореовим доменима. Прстени са слободно генерисаним идеалима и њихова својства. Еуклидски прстени, Еуклидов алгоритам и његово уопштење. Факторизација - комутативан и некомутиван случај, примарна декомпозиција. Модули над прстенима са слободно генерисаним идеалима; нормална форма матрица над слободним алгебрама. Главноидеалски домени; дијагонална редукција матрица и коначно генерисани модули над главноидеалским доменима; прстени косих полинома и псеудо-линеарне трансформације.

Литература:

P. M. Cohn: Free Rings und Their Relations

ТЕОРИЈА ПОЉА

Фонд 3+0+7

15 ЕСПБ бодова

Садржај:

Коначна и алгебарска раширења, алгебарско затворење. Факторизацијско поље и нормална раширења. Сепарабилност. Коначна поља. Примитивни елементи. Галуаова раширења. Корени јединице. Линеарна независност карактера, норма и траг. Циклична раширења. Решива и радикалска раширења, решивост алгебрске једначине. Алгебарска независност хомоморфизама, теорема о нормалној бази. Реална поља.

Литература:

S. Lang: Algebra

АЛГЕБАРСКА ГЕОМЕТРИЈА

Фонд 3+0+7 15 ЕСПБ бодова

Садржај:

Афини варијетети. Пројективни варијетети. Морфизми. Рационална пресликавања. Несингуларни варијетети. Несингуларне криве. Пресеци у пројективном простору.

Литература:

Hartshorne: Algebraic geometry

ТЕОРИЈА ПРАМЕНОВА

Фонд 3+0+7 15 ЕСПБ бодова

Садржај:

Праменови скупова. Праменови модула. Проблем продужења секција. Кохомологија са вредностима у прамену. Чехова кохомологија. Изведени функтори у теорији праменова.

Литература:

Godement: Theorie des faisceaux

ТЕОРИЈА ГРУПА

Фонд 3+0+7 15 ЕСПБ бодова

Садржај:

Комбинаторна теорија група. Слободне групе и њихове подгрупе. Генератори и релације; алгоритамски проблеми. Слободни производи са заједничком подгрупом. Геометријске методе. Нилпотентне и решиве групе. Нилпотентне, генерално и локално нилпотентне, дељиве нилпотентне. Решиве, супер решиве, генерално и локало решиве групе. Полицикличне групе. Коначне полупросте групе.

Литература:

Lyndon, Shupp: Combinatorial Group Theory,
М. Груловић: Основи теорије група

ТЕОРИЈА ПОЛУГРУПА

Фонд 3+0+7 15 ЕСПБ бодова

Садржај:

Семигрупе, идеали, хомоморфизми и конгруенције. Гринове релације, регуларне D-класе. Комплетно 0-просте семигрупе. Рисова теорема. Инверзне семигрупе.

Литература:

Howie: Fundamentals of Semigroup Theory

ХОМОЛОШКЕ МЕТОДЕ У АЛГЕБРИ

Фонд 3+0+7

15 ЕСПБ бодова

Садржај:

Модули. Категорије и функтори. Екстензије модула. Изведени функтори. Кинетова формула. Кохомологија група. Кохомологија Лијевих алгебри. Егзактни парови и спектрални низови.

Литература:

Hilton, Stambach: A course in homological algebra

ТЕОРИЈА КАТЕГОРИЈА

Фонд 3+0+7

15 ЕСПБ бодова

Садржај:

Категорије, функтори и природне трансформације. Конструкције на категоријама. Универзални објекти и лимеси. Адјункти. Монаде и алгебре. Моноиди. Абелове категорије.

Литература:

Mac Lane: Categories for the working mathematician

МОДЕЛ-ТЕОРЕТСКА АЛГЕБРА

Фонд 3+0+7

15 ЕСПБ бодова

Садржај:

Основе теорије стабилности (јако минимални скупови, Морлијев и Ласкаров ранг; "forking"). Ω -стабилне групе. Теореме преноса у алгебри. Диференцијално затворена поља. Реално затворена поља. Диофантски проблеми над локалним пољима.

Литература:

D. Marker: Model Theory- an Introduction,
G. Cherlin: Model Theoretic Algebra-Selected Topics,
D. Marker, M. Messmer, A. Pillay: Model Theory of Fields

МРЕЖЕ И БУЛОВЕ АЛГЕБРЕ

Фонд 3+0+7

15 ЕСПБ бодова

Садржај:

Изоморфне мреже и подмреже. Дистрибутивне и модуларне мреже. Комплетне мреже. Булове алгебре и Булови прстени. Филтери и идеали. Стонова дуалност. Булови степени. Ултрапроизводи. Прималне алгебре.

Литература:

Burris, Sankappanavar: A course in universal algebra

НЕКОМУТАТИВНА АЛГЕБРА

Фонд 3+0+7

15 ЕСПБ бодова

Садржај:

Основни појмови. Полупрости модули и прстени, Ведебурнова структурна теорема. Цекобсонов радикал. Централне просте алгебре; Сколем-Нетерина теорема, теорема о двоструком централизатору; Ведебурнова и Фробенијусова теорема. Браурова група и веза са кохомологијом. Примитивни прстени и теорема густине. Репрезентације коначних група и Брнсаидова теорема. Глобална димензија прстена. Браурова група комутативног прстена.

Литература:

Benson Farb, R. Keith Dennis: Noncommutative Algebra

ЛИЈЕВЕ АЛГЕБРЕ И КВАНТНЕ ГРУПЕ

Фонд 3+0+7

15 ЕСПБ бодова

Садржај:

Основни појмови, примери класичних матричних Лијевих алгебри. Решиве и нилпотентне Лијеве алгебре. Полупросте Лијеве алгебре – разлагање на коренске просторе. Коренски системи: аксиоме, прости корени и Вејлова група; класификација и Динкинови дијаграми; абстрактна теорија тежина. Универзалне омотачке алгебре. Теорија репрезентација полупростих Лијевих алгебри: тежински простори, стандардни циклични модули, коначно-димензиони модули, карактери и формуле вишеструкости тежина. Кац-Мудијеве алгебре.* Хопфове алгебре. Квантне групе: примери, R-матрице, (ко)ушлетене биалгебре, Дринфелдов квантни дабл.

Литература:

J. Humphreys: Introduction to Lie Algebras and Representation Theory,
C. Kassel: Quantum Groups

ЛИНЕАРНА АЛГЕБРА И ПРИМЕНЕ

Фонд 3+0+7

15 ЕСПБ бодова

Садржај:

Увод. Линеарни модели у пословању, науци и техници. Леонтифов “input-output” модел. Линеарна алгебра и компјутерска графика. Примене на ланце Маркова. Метода најмањих квадрата и примене. Примене у процесирању слика и статистици.

Литература:

David C. Lay: Linear Algebra and Its Applications,
Strang: Linear Algebra and Its Applications

КЛАСИЧНЕ ГРУПЕ И ТЕОРИЈА РЕПРЕЗЕНТАЦИЈА

Фонд 3+0+7

15 ЕСПБ бодова

Садржај:

Увод. Векторске инваријанте. Матричне алгебре (теорија потпуно редуцибилних) и групни прстени. Симетрична група и пуна линеарна група. Ортогонална група: омотачка алгебра и ортогонални идеал, иредуцибилне репрезентације, права ортогонална група. Симплектичка група. Карактери. Општа теорија инваријанти (алгебарски део, друге методе). Још о матричним алгебрама.

Литература:

H. Weyl: The Classical Groups: Their Invariants and Representations

ГЕОМЕТРИЈСКА АЛГЕБРА

Фонд 3+0+7

15 ЕСПБ бодова

Садржај:

Основни појмови. Афина и пројективна геометрија. Симплектичка и ортогонала геометрија. Општа линеарна група. Структура симплектичке и ортогоналне групе.

Литература:

Artin: Geometric algebra

ДИСКРЕТНА МАТЕМАТИКА

Фонд 3+0+7

15 ЕСПБ бодова

Садржај:

Графови. Теорија алгоритама. Формални системи. Језици и граматика. Аутомати. Комбинаторни задаци и сложеност рачунања. Линеарно програмирање.

Литература:

Кузнецов, Максимович: Дискретна математика

ТЕОРИЈА ГРАФОВА

Фонд 3+0+7

15 ЕСПБ бодова

Садржај:

Графови и подграфови. Дрвета. Повезаност. Ојлерови и Хамилтонови путеви. Бојење ивица. Независни скупови и клике. Бојење темена. Планарни графови.

Литература:

Bondy, Murty: Graph theory with applications

ТЕОРИЈА БРОЈЕВА

Фонд 3+0+7

15 ЕСПБ бодова

Садржај:

Главноидеалски домени и домени са јединственом факторизацијом. Поља: норма, траг и дискриминанта. Ојлерова група, Гаусов квадратни закон реципроцитета. Алгебарски цели, интегрална база, дискриминанта. Декомпозиција идеала и Дедекиндови домени. Група идеалских класа. Дирихлеова теорема о јединицама. Рамификација, циклотомичне екстензије; траг, норма, дискриминанте. Факторисање простих идеала и Галуаовим екстензијама. Локална поља.*

Литература:

P. Ribenboim: Algebraic Numbers; J.W.S. Cassels*: Local Fields