

# Докторске студије

## Студијски програм *Топологија*

Циљеви: Оспособљавање студента за развој и примену научних и стручних достигнућа из области теоријске математике, сагледавање примена и оспособљавање за креативан рад

Врста студија: Докторске академске студије

Исход процеса учења: Оспособљавање студента за даље усавршавање и самостални научни и стручни рад

Академски назив: Доктор математике

Услови за упис Завршене студије другог степена из области математике

Начин извођења 3 године у 6 семестара од по 15 седмица

Начин избора предмета из других студијских програма:

У оквиру овог студијског програма, студент може највише два изборна предмета заменити предметима са других студијских програма трећег степена који се изводе на Математичком факултету

Услови за прелазак са других студијских програма:

Студент треба да има одговарајући број положених испита који одговарају испитима из овог студијског програма, односно да оствари потребан број ЕСПБ бодова.

### Листа А – обавезни предмети

	пред. веж.	мент. рад	ЕСПБ бодови	
Алгебарска топологија 2	6	0	14	30
Диференцијална топологија	6	0	14	30
Алгебра 3	4	0	10	20

**Листа Б – изборни предмети, студент бира 2 предмета**

Тополошка комбинаторика	3	0	7	15
Дискретна и рачунарска топологија	3	0	7	15
Простори функција	3	0	7	15
PL - топологија	3	0	7	15
Генералисане хомолошке и кохомолошке тео.	3	0	7	15
K - теорија	3	0	7	15
Векторска раслојења и карактер. класе	3	0	7	15
Теорија хомотопије	3	0	7	15
Симплицијални скупови	3	0	7	15
Битополошки простори	3	0	7	15
Ниско-димензиона топологија	3	0	7	15
Кохомологија група	3	0	7	15
Спектрални низови	3	0	7	15
Одабрана поглавља из опште топологије	3	0	7	15
Одабрана поглавља из алгебарске топологије	3	0	7	15
Кохомолошке операције	3	0	7	15
Теорија кобордизама	3	0	7	15
Теорија Морса	3	0	7	15
Предмети других студијских програма докторских студија (највише 2)				

**Специјални курс – бира се у договору са ментором из области из које је дисертација**

Израда дисертације (у два семестра)	2	0	4	10
	0	0	20	60

# Садржаји предмета

---

## АЛГЕБАРСКА ТОПОЛОГИЈА 2

Фонд 6+0+14

30 ЕСПБ бодова

### Садржај:

**Кохомологија.** Кохомолошке групе. Сир производ. Поенкареова дуалност. Општа Кинетова формула.  $H$ -простори и Хопфове алгебре. Локални коефицијенти.

**Хомотопија.** Хомотопске групе. Елементарни методи рачунања. Веза са хомологијом. Хопфова инваријанта. Кохомологија раслојења. Симетрични производи и Долд-Томова теорема. Стинродови квадрати

---

## ДИФЕРЕНЦИЈАЛНА ТОПОЛОГИЈА

Фонд 6+0+14

30 ЕСПБ бодова

### Садржај:

**Диференцијабилне многострукости.** Диференцијабилне многострукости и подмногострукости; примери. Тангентна раслојења. Сардова теорема и примене. Трансверзалност. Оријентабилност.

**Векторска поља и диференцијалне форме.** Интегрирање векторских поља. Степен пресликавања. Брауерова теорема о фиксној тачки. Поенкаре-Хопфова теорема. Диференцијалне форме. Стоксова теорема. Уоквирени кобордизми

---

## АЛГЕБРА 3

Фонд 6+0+14

30 ЕСПБ бодова

### Садржај:

**Алгебарске једначине.** Алгебарска раширења. Теорија Галуа. Раширења прстена. Трансцендентна раширења. Алгебарски простори. Нетерини прстени и модули. Реална поља. Апсолутне вредности.

**Линеарна алгебра и репрезентације.** Репрезентација једног ендоморфизма. Структура билинеарних форми. Тензорски производ. Полупрости прстени и модули. Репрезентације коначних група. Хомолошка алгебра. Општа хомолошка теорија. Коначне слободне резолуције.

### Литература:

S. Lang: Algebra

---

## ТОПОЛОШКА КОМБИНАТОРИКА

Фонд 3+0+17

15 ЕСПБ бодова

### Садржај:

Парцијално уређени скупови и њихови комплекси уређења  
Парцијална уређења аранжмана  
Тополошке инваријанте  
Дејства групе на уређењу  
Борсук-Уламова теорема и друге еквиваријантне методе  
Примене теорије опструкција

### Литература:

J. Matoušek, Using the Borsuk-Ulam theorem, Springer-Verlag, 2003.

---

## ДИСКРЕТНА И РАЧУНАРСКА ТОПОЛОГИЈА

Фонд 3+0+17

15 ЕСПБ бодова

### Садржај:

Топологија и комбинаторика конвексних политопа и аранжмана  
Пресеци фамилије конвексних скупова  
Теорема о геометријској селекцији  
Трансвезале и епсилон мреже  
к-скупови  
Тополошка сложеност алгоритама

### Литература:

J. Matoušek: Lectures on discrete geometry, Springer-Verlag, 2002.

---

## ПРОСТОРИ ФУНКЦИЈА

Фонд 3+0+17

15 ЕСПБ бодова

### Садржај:

Разне топологије на скупу  $C(X, Y)$   
Основне особине простора  $C_p(X)$   
Тополошка својства  $C_p(X)$  и основне теореме дуалности  
Тополошка својства простора функција  $C_p(X)$  над компактима

### Литература:

А. В. Архангельский, Топологические пространства функций, МГУ, Москва, 1989. (превод: Topological Function Spaces, Kluwer Academic Publishers, 1992.)

---

## PL ТОПОЛОГИЈА

Фонд 3+0+17

15 ЕСПБ бодова

### Садржај:

Полиедри и PL пресликавања  
Комплекси  
Регуларне околине  
Изотопија  
Општи положај  
Теорија ручки  
Примене

### Литература:

C. P. Rourke, B. J. Sanderson, Introduction to Piecewise-Linear Topology,  
Springer-Verlag, 1982.

---

## ГЕНЕРАЛИСАНЕ ХОМОЛОШКЕ И КОХОМОЛОШКЕ ТЕОРИЈЕ

Фонд 3+0+17

15 ЕСПБ бодова

### Садржај:

Неопходни појмови и резултати из теорије категорија  
Кохомологија и Ајленберг-Меклејнови простори; појам спектра  
Бесконачни простори петљи – омега спектри  
Генералисана (ко)хомолошка теорија  
Мултипликативност и прстенски спектри  
Основни резултати о спектралним низовима  
Атија-Хирцебрухов спектрални низ  
Примери: К-теорија; кобордизми

### Литература:

E. Dyer, Cohomology theories, W. A. Benjamin Inc. New York, Amsterdam,  
1969.

---

## К-ТЕОРИЈА

Фонд 3+0+17

15 ЕСПБ бодова

### Садржај:

Векторска раслојења: основне дефиниције и конструкције; класификације векторских  
раслојења  
К-теорија: функтор  $K(X)$ ; Ботова периодичност; алгебра са дељењем и паралелизабилне  
сфере; векторска поља на сфери

### Литература:

A. Hatcher, Vector bundles and K-theory, књига доступна на страници аутора,  
последња верзија – април 2003.

---

---

## СИМПЛИЦИЈАЛНИ СКУПОВИ

Фонд 3+0+17

15 ЕСПБ бодова

### Садржај:

Симплицијални објекти и хомотопија  
Фибрације и Постниковљеви системи  
Геометријска реализација  
Ајленберг-Меклејнови комплекси  
Разни примери

### Литература:

J. P. May, *Simplicial Objects in Algebraic Topology* (Chicago Lectures in Mathematics), D. Van Nostrand Company, Inc. Princeton, New Jersey, 1967.

---

## БИТОПОЛОШКИ ПРОСТОРИ

Фонд 3+0+17

15 ЕСПБ бодова

### Садржај:

Тополошка својства у битопологији  
Димензионе функције у битопологији  
Квазиметрика  
Квазиуниформни простори

### Литература:

V.P. Dvalishvili, *Bitopological spaces: Theory, Relations with Generalized Algebraic Structures, and Applications*, North-Holland Mathematical Studies, 199, Elsevier, Amsterdam, 2005.  
P. Fletcher and W.F. Lindgren, *Quasi-Uniform Spaces*, Marcel Dekker, New York and Basel, 1982.

---

## НИСКО-ДИМЕНЗИОНА ТОПОЛОГИЈА

Фонд 3+0+17

15 ЕСПБ бодова

### Садржај:

Теорија чворова  
3-димензионе многострукости  
Тополошке квантне теорије поља

### Литература:

В.В. Прасолов, А.Б. Сосински, *Узли, зацепљениа, коси и триохмерние многообразиа*, МЦНМО, 1997.

---

## КОХОМОЛОГИЈА ГРУПА

Фонд 3+0+17

15 ЕСПБ бодова

### Садржај:

Хомолошка алгебра  
Хомологија и кохомологија група  
Мултипликативна структура  
Кохомологија коначних група  
Еквиваријантна хомологија и спектрални низови  
Кохомологија симетричне групе

### Литература:

A. Adem, R.J. Milgram, Cohomology of finite groups, Springer-Verlag, 1995.  
K.S. Brown, Cohomology of groups, Springer-Verlag, 1982.

---

## СПЕКТРАЛНИ НИЗОВИ

Фонд 3+0+17

15 ЕСПБ бодова

### Садржај:

Алгебарски увод и појам спектралног низа  
Конвергенција спектралног низа  
Серов спектрални низ  
Ајленберг-Муров спектрални низ  
Адамсов спектрални низ  
Бокштајнов спектрални низ  
Спектрални низови у алгебри

### Литература:

J. McCleary, A User's Guide to Spectral Sequences, Second Edition,  
Cambridge studies in advanced mathematics, Cambridge University Press, 2001.

---

## ОДАБРАНА ПОГЛАВЉА ИЗ ОПШТЕ ТОПОЛОГИЈЕ

Фонд 3+0+17

15 ЕСПБ бодова

### Садржај:

Простор  $2^M$   
Беров простор  $N^N$   
Чех-Стоунова компактификација  
Паракомпактност и метризационе теореме  
Простори функција

### Литература:

R. Engelking, General Topology, PWN, Warszawa, 1977.  
S. Willard, General Topology, Addison Wesley, Reading, Mass., 1970.  
J. R. Munkres, Topology, A First Course, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ,  
1975.

---

## ОДАБРАНА ПОГЛАВЉА ИЗ АЛГЕБАРСКЕ ТОПОЛОГИЈЕ

Фонд 3+0+17

15 ЕСПБ бодова

### Садржај:

Разне теме алгебарске топологије у зависности од интереса слушалаца:  
(Еквиваријантна топологија, Теорија опструкција, Теорија имерзија,  
Примене алгебарске топологије у другим областима,...)

---

## КОХОМОЛОШКЕ ОПЕРАЦИЈЕ

Фонд 3+0+17

15 ЕСПБ бодова

### Садржај:

Увод  
Конструкција Стинродових квадрати и њихове особине  
Примене: Хопфова инваријанта, векторска поља на сфери  
Стинродова алгебра  
Увод у спектралне низове  
Фибрације  
Кохомологија Ајленберг-Меклејнових простора  
Примене: хомотопске групе сфера  
Постниковљеви системи  
Више кохомолошке операције

### Литература:

R. E. Mosher, M. C. Tangora, Cohomology operations and applications in homotopy theory, Harper & Row, Inc. 1968.



---

## ТЕОРИЈА КОБОРДИЗАМА

Фонд 3+0+17

15 ЕСПБ бодова

### Садржај:

Група бордизама  
Оријентисани и неоријентисани бордизми  
Израчунавања  
Групе G-бордизама  
Везе са K-теоријом  
Бордизми као генералисана (ко)хомолошка теорија

### Литература:

P.E. Conner, E.E. Floyd, Differentiable periodic maps, Springer-Verlag, 1964.

---

## ТЕОРИЈА МОРСА

Фонд 3+0+17

15 ЕСПБ бодова

### Садржај:

Многострукости  
Морсове функције  
Морсове неједнакости  
Хирургија  
x-кобордизам

### Литература:

J. Milnor, Morse theory  
J. Milnor, Lectures on h-cobordism

---

## ВЕКТОРСКА РАСЛОЈЕЊА И КАРАКТЕРИСТИЧНЕ КЛАСЕ

Фонд 3+0+17

15 ЕСПБ бодова

### Садржај:

Аксиоматско заснивање  
Штифел-Витнијеве класе  
Грасманова многострукост и универзално раслојење  
Томов изоморфизам  
Чернове класе  
Понтрјагинове класе

### Литература:

J.W. Milnor, J.D. Stasheff, Characteristic classes, Princeton University Press,  
1974.

---

## ТЕОРИЈА ХОМОТОПИЈЕ

Фонд 3+0+17

15 ЕСПБ бодова

### Садржај:

Хомотопске групе  
Хомотопска теорија CW комплекса  
Хомологија са локалним коефицијентима  
Хомологија раслојења – елементарна теорија  
Постниковљеви системи  
Хомотопске операције

### Литература:

G. W. Whitehead, Elements of Homotopy Theory, Springer-Verlag, GTM 61,  
1978.