

# Zapis označenih brojeva

U svim brojčanim sistemima važi opšti princip za zapis označenih brojeva:

Ako je  $X_N \equiv x_{n-2} \dots x_0$  neoznačen broj zapisan u brojčanom sistemu sa osnovom  $N$ , tada se označen broj predstavlja pomoću dodatne cifre na mestu najveće težine u zapisu broja, u obliku  $Y = \pm X \equiv y_{n-1}y_{n-2} \dots y_0$ .

Način predstavljanja označenog broja:

1. znak i apsolutna vrednost
2. komplementa broja
3. sa uvećanjem

## Zapis pomoću znaka i apsolutne vrednosti

$Y = \pm X \equiv y_{n-1}y_{n-2} \dots y_0$  pri čemu je

$$y_i = \begin{cases} x_i & i \in [0, n-2] \\ 0 & i = n-1 \wedge \text{predstavlja se pozitivan broj } +X, \\ N-1 & i = n-1 \wedge \text{predstavlja se negativan broj } -X \end{cases}$$

Kako je neoznačen broj  $X \equiv x_{m-2} \dots x_0$  zapisan u osnovi  $N$  pomoću  $m-1$  cifre tada je njegova vrednost u intervalu  $[0, N^{m-1} - 1]$ . Odavde se dobija da je, u zapisu znak i apsolutna vrednost, moguća vrednost označenog broja  $Y \equiv y_{n-1}y_{n-2} \dots y_0$  u intervalu  $[-(N^{n-1} - 1), +(N^{n-1} - 1)]$ , odnosno  $[-N^{n-1} + 1, +N^{n-1} - 1]$

### Aritmetika u zapisu znak i apsolutna vrednost

Pravila za izvođenje aritmetičkih operacija u zapisu znak i apsolutna vrednostu su:

1. Promena znaka brojeva se vrši tako što se cifra na mestu najveće težine u zapisu broja upisuje najveća cifra brojčanog sistema ako je na tom mestu bila nula, i obratno.
2. U slučaju sabiranja i oduzimanja, ako su dva broja istog znaka tada je takav i znak rezultata. Apsolutna vrednost rezultata se dobija kao zbir apsolutnih vrednosti sabiraka. Ako su dva broja različitog znaka, znak rezultata je jednak znaku broja koji ima veću apsolutnu vrednost, a apsolutna vrednost rezultata se dobija kada se oduzme manja apsolutna vrednost od veće (u skladu sa pravilima koja važe za oduzimanje neoznačenih brojeva).
3. U slučaju množenja i deljenja, ako su oba broja istog znaka rezultat je pozitivan. U suprotnom je rezultat negativan. Apsolutna vrednost rezultat se dobija kao proizvod ili količnik apsolutnih vrednosti činilaca.

Jedan od nedostatak ovog zapisa je mogućnost dvostrukog zapisa nule: kao  $+0$  i kao  $-0$ . Posledica ove mogućnosti je stalna potreba da se ispituju dve vrednosti pri ispitivanju jednakosti na nulu što usložnjava izvršavanje aritmetičkih operacija

## Zapis uz korićenje komplementa broja

- Pozitivni brojevi se zapisuju isto kao i u zapisu znak i apsolutna vrednost.
- Negativni brojevi se zapisuju tako što se izračuna  $K - X$  gde je  $K$  komplementaciona konstanta.

## Aritmetika u zapisu pomoću komplementa

1. Promena znaka broja  $X$  se svodi na komplementiranje tekuće vrednosti izračunavanjem  $K - X$ .
2. Sabiranje dva broja  $X$  i  $Y$  se realizuje kao sabiranje neoznačenih brojeva po modulu koji je jedan komplementacionoj konstanti  $K$ .
3. Oduzimanje se realizuje komplementiranjem umanjioca i sabiranjem dobijene vrednosti sa umanjnikom:  $X - Y = X + (K - Y)$ .
4. Množenje i deljenje se realizuje na sličan način kao u dekadnom sistemu (naravno, uz sabiranje i oduzimanje po prethodnim pravilima)

## Izbor komplementacione konstante

Komplementaciona konstanta se odnosi samo na negativne brojeve; pozitivni brojevi se zapisuju na isti način kao u zapisu znak i apsolutna vrednost.

Najefikasnije izvršavaju operacija se dobija za sledeće vrednosti  $K$ :

1.  $K = N^n - 1$  - komplement umanjene osnove ili  $N - 1$ -vi komplement. Izborom ove vrednosti za  $K$  dobijaju se sledeće pogodnosti:

- Pri traženje ostatka po modulu (tj. sabiranju brojeva) prenos sa mesta najveće težine se dodaje na mesto najmanje težine zbira.
- Komplementiranje broja može da se izvede na dva načina:
  - (a) izračunavanjem  $K - X$ , ili
  - (b) zamenom svake cifre  $x_i$  sa vrednošću  $N - 1 - x_i$ .

Postoje dva zapisa -: +0 i -0. Zbog toga, interval zapisa je simetričan i brojevi u ovom zapisu pripadaju intervalu  $[-N^{n-1} + 1, +N^{n-1} - 1]$

2.  $K = N^n$  - komplement u odnosu na osnovu sistema ili  $N$ -ti komplement (*radix* komplement). Izborom ove vrednosti za  $K$  dobijaju se sledeće pogodnosti:

- Pri traženje ostatka po modulu (tj. sabiranju brojeva) ignoriše se prenos sa sa pozicije najveće težine.
- Komplementiranje broja može da se izvede na dva načina:
  - (a) izračunavanjem  $K - X$ , ili
  - (b) tako što se u prvom koraku svaka cifra  $x_i$  zameni sa vrednošću  $N - 1 - x_i$ , i u drugom koraku, doda se 1 na poziciju najmanje težine.

Za ovu izabranu vrednost  $K$  nula ima jedinstven zapis kao +0. Interval brojeva koji mogu da se predstave u ovom zapisu jednak  $[-N^{n-1}, +N^{n-1} - 1]$ . Interval je nesimetričan jer se nula smatra pozitivnim brojem.

Formalno, ako je  $X_N \equiv x_{n-2}x_{n-3}\dots x_0$  neoznačen broj, tada je

- $Y = -X \equiv (N-1)\bar{x}_{n-2}\bar{x}_{n-3}\dots\bar{x}_0$   
pri čemu je  $\bar{x}_i = N-1-x_i, i \in [0, n-2]$ , u slučaju  $N-1$ -og komplementa
- $Y = -X \equiv ((N-1)\bar{x}_{n-2}\bar{x}_{n-3}\dots\bar{x}_0) + 1$   
pri čemu je  $\bar{x}_i = N-1-x_i, i \in [0, n-2]$ , u slučaju komplementa osnove

Ovaj način zapisa se naziva zapis sa komplementom jer za svaki pozitivan broj  $|X|$  važi da je

1.  $|X| + (-|X|) = N^n - 1$  u komplementu umanjene osnove
2.  $|X| + (-|X|) = N^n$  u komplementu osnove

odnosno broj i njegova negacija su uzajmni komplementi.

## Zapis uz dodavanje uvećanja

Ovaj način zapisa predstavlja specijalan slučaj zapisa pomoću komplementa u kome se označeni broj zapisuje tako što se njegova vrednost sabere sa konstantom  $k$ , i dobijeni zbir se zapiše pomoću komplementa osnove. Vrednosti  $k$  je poznata pod nazivom *uvećanje* ili *vi ak*, dok se za za broj zapisan sa uvećanjem  $k$  kaže da je zapisan u kodu *vi ak k*.

### Aritmetika u zapisu sa dodavanjem uvećanja

Aritmetika u ovom zapisu se svodi na aritmetiku u zapisu pomoću komplementa uz određene specifičnosti:

$$X + Y + \text{uvećanje} = (X + \text{uvećanje}) + (Y + \text{uvećanje}) - \text{uvećanje}$$

$$X - Y + \text{uvećanje} = (X + \text{uvećanje}) - (Y + \text{uvećanje}) + -\text{uvećanje}$$

Broj	Znak i apsolutna vrednost	$N - 1$ -vi komplement	$N$ -ti komplement	Višak 4
$(+127)_{10}$	0127	0127	0127	0131
$(-127)_{10}$	9127	9872	9873	9877
$(+64)_8$	064	064	064	070
$(-64)_8$	764	713	714	720
$(+AB)_{16}$	0AB	0AB	0AB	0AF
$(-AB)_{16}$	FAB	F54	F55	F59
$(+101)_2$	0101	0101	0101	01001
$(-101)_2$	1101	1010	1011	11111

Tabela 1: Zapis označenih celih brojeva u različitim brojčanim sistemima u zapisima znak i apsolutna vrednost,  $N-1$ -vi komplement,  $N$ -ti komplement i višak 4